INSERINDO O CONCEITO DE ÁREA E EQUAÇÃO QUADRÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Vania Santos Evangelista¹
Marianne Santos Talher²
Célia Barros Nunes³

RESUMO

O projeto - A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas no contexto da sala de aula: uma proposta de pesquisa pedagógica – tem como objetivo, promover, em espaços escolares do Ensino Fundamental I e II, momentos de aprendizagem matemática através da resolução de problemas. Para isso, se fez necessário à leitura de alguns textos fundamentados, principalmente, em Allevato e Onuchic (2014) que apresenta em suas obras a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas de forma concisa e precisa; Perez (2004) que evidencia em seu texto alguns questionamentos sobre a formação de professores, que parecem atemporais, bem como os obstáculos que encontrarão em sua prática; Lüdke (2005) que retrata o envolvimento de professores da educação básica com a pesquisa em sua prática e de como foi este envolvimento em sua formação. Paralelo às leituras e reuniões, para as discussões de todo aporte teórico lido, foram feitas observações das aulas de matemática em turmas do 5º ano e do 9º ano, depois escolhemos apenas uma turma de cada ano para realizar as intervenções. Tanto na turma do 5º ano quanto na do 9º ano, utilizamos a metodologia mencionada para que os alunos desenvolvessem o conceito de área e de equação quadrática, nas respectivas turmas.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Tangram; Equação Quadrática; Ensino-Aprendizagem de Matemática.

INTRODUÇÃO

O projeto com o tema “A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas no contexto da sala de aula: uma proposta de pesquisa pedagógica” tem como objetivo, promover, em espaços escolares do Ensino Fundamental I e II, momentos de aprendizagem matemática através da resolução de problemas. Para alcançar tal objetivo, algumas metas foram traçadas afim de melhor direcionar as atividades a serem realizadas

¹Discente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia, Campus X. Bolsista do Programa de Iniciação Científica, e-mail: vania.matematica@gmail.com.

²Discente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia, Campus X. Bolsista do Programa de Iniciação Científica, e-mail: marianne.talher@gmail.com.

³Docente e coordenadora do Colegiado de Matemática do Departamento de Educação, Campus X, da Universidade do Estado da Bahia. Orientadora no Programa de Iniciação Científica, e-mail: celiabns@gmail.com.

no decorrer do projeto, atividades estas que se referem à leitura, discussão, observação e intervenção.

Assim, por ser conveniente, relataremos apenas as intervenções realizadas, no 5º e 9º ano, ambas desenvolvidas em uma escola municipal de Teixeira de Freitas. A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas foi a utilizada para a realização deste trabalho, ela defende o fato de que os educadores precisam dar autonomia aos estudantes para que eles se apropriem do conhecimento que estão aprendendo e que percebam que a matemática não é uma ciência distante da realidade deles.

Dessa forma, para uma melhor organização e execução das atividades Onuchic (2013) apresenta nove etapas para orientar o professor na condução das atividades, que são elas: 1) preparação do problema, 2) leitura individual, 3) leitura em conjunto, 4) resolução do problema, 5) observar e incentivar, 6) registro das resoluções na lousa, 7) plenária, 8) busca de consenso e 9) formalização do conteúdo. E, seguindo estas etapas, não à risca, que conduzimos nossa intervenção.

Assim, além desta metodologia utilizamos alguns materiais, como polígonos regulares recortados em cartolina e o Tangram que, segundo Diniz et al (1995) é um quebra-cabeça chinês formado por sete peças com as quais é possível criar e montar figuras, isso para o 5º ano, já para o 9º ano utilizamos o material manipulável intitulado produtos notáveis. Estes materiais foram muito eficazes para o desenvolver das atividades vez que os estudantes demonstraram empolgação em resolver qualquer problema que precisassem utilizá-los, o que foi algo positivo, porque mesmo eles tendo algumas dificuldades matemáticas estavam se divertindo enquanto buscavam as possíveis soluções.

PERCURSO METODOLÓGICO

A pesquisa é de abordagem qualitativa que em sua totalidade considera e valoriza a subjetividade do indivíduo presente na mesma. Nesse sentido Bauer e Gaskel (2007, p.30) relatam que, “A pesquisa qualitativa é, muitas vezes, vista como uma maneira de dar poder ou dar voz às pessoas, em vez de tratá-las como objetos, cujo comportamento deve ser quantificado e estatisticamente modelado”.

Nesse sentido, acrescentam Borba e Araújo (2012, p.25),

[...] a pesquisa qualitativa nos fornece informações mais descritivas com ênfase ao significado dado às ações realizadas. É uma pesquisa em que os seus investigadores se interessam mais pelo desenvolvimento do processo do que simplesmente pelos resultados obtidos, analisando-os de acordo com os objetivos da pesquisa e avaliando se estes foram atingidos ou não.

O lócus da pesquisa é uma escola de ensino fundamental, no município de Teixeira de Freitas – BA, tendo como colaboradores professores de Matemática. Ibiapina (2008) esclarece que para esse tipo de pesquisa o professor não necessariamente precisa ser “co-pesquisador. [...] O objetivo de trabalhar colaborativamente representa oportunidade para que os professores participem como co-produtores da investigação, sem necessariamente tornarem-se pesquisadores.

Assim sendo, a pesquisa foi desenvolvida com a participação de pesquisadores da Universidade do Estado da Bahia, UNEB – Campus X e professores de matemática do 5º e 9º ano com o objetivo de intervir na formação desses professores ao apresentar e propor a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

RESULTADOS DAS INTERVENÇÕES

A primeira intervenção foi realizada no 9º ano e, em conversa com a professora da turma e em reuniões de orientação fomos desenhando a nossa intervenção em acordo com a professora da turma que propôs trabalharmos com equação do 2º grau, conteúdo a ser trabalhado nesta série. Assim, planejamos o encontro, escolhendo um problema cujo objetivo era através da sua resolução chegarmos ao conceito de equação do 2º grau. Vale ressaltar que todas as atividades de intervenção foram adaptadas de Puti (2011).

ATIVIDADES DE INTERVENÇÃO A SEREM TRABALHADAS NO 9º ANO

Os participantes de um festival de música decidiram que, ao final do evento, fariam uma festa de encerramento. Nessa festa, cada um dos participantes daria uma flor de presente a cada colega que participou do evento.

- Quantas flores serão distribuídas se o total de participantes for igual a 5?
- E se for igual a 6?
- E igual a 7?
- Quantas flores serão distribuídas se o número total de participantes for igual a n ?
- Se o total de flores distribuídas na festa for igual a 930, então qual será o número de participantes?

Primeiro apresentamos um problema com o objetivo de que através da sua resolução chegássemos ao conceito de equação 2º grau que seria o próximo conteúdo abordado pela

professora da turma, era um problema contextualizado que requeria dos alunos atenção e compreensão, para que os mesmos resolvessem como achassem melhor sem ajuda de fórmulas, e sem o conhecimento do conceito de equação do 2º grau. Começamos a intervenção dividindo a turma que tinha cerca de 35 alunos em 7 grupos de 5 pessoas, e entregamos o problema.

Todos os grupos conseguiram encontrar de diferentes formas as soluções das questões, e todos encontraram a resposta da letra, e com a mediação e ajuda da professora orientadora conseguiram ver na equação encontrada uma equação do 2º grau no formato $ax^2 + bx + c = 0$.

Assim, pudemos ver com os resultados da aplicação do problema, a confirmação do que Nunes (2010), diz sobre a resolução de problemas: ao utilizá-la como ponto de partida de uma atividade matemática é possível construir e até mesmo reconstruir determinados conceitos matemáticos e/ou ressignificá-los, criando, assim, possibilidades de um novo pensar e fazer matemático” (NUNES 2010, p.85).

Na segunda intervenção no primeiro momento levamos a equação do 2º grau $x^2 + 8x = 65$ para os discentes tentassem resolver sozinhos sem o uso de fórmulas, que foi resolvido pelos discentes pelo método de tentativa e erro, pois ainda não conhecia a fórmula de Bhaskara (caminho para resolver a equação do 2º grau).

O interessante neste trabalho é que quando se dá liberdade e autonomia ao aluno para refletir sobre suas ideias e fazer matemática, diante de um problema ele passa a ser protagonista da situação na construção do conhecimento, como defendido por Van de Walle.

No segundo momento mostramos o método geométrico de Al-khowarizmi (que foi desenvolvido pelo matemático árabe Al-khowarizmi no século IX para resolução de equações polinomiais do 2º grau, cujos passos transformam uma equação desse tipo em um quadrado perfeito). Assim, fizemos uso de retângulos na construção geométrica, e para uma melhor compreensão fizemos a mesma atividade que eles tinham respondido por tentativa e erro $x^2 + 8x = 65$, só que usando o método de Al-khowarizmi, de forma que eles viessem a compreender a ideia do método.

Os estudantes tiveram dificuldade em entender o método, e estas dificuldades já eram de se esperar, pois, quando se trabalha com um problema gerador, na resolução do mesmo tende a surgir os problemas secundários necessitando de mediação, e assim fizemos; só depois que levamos e apresentamos um material manipulável geométrico e demos para eles, para que pudessem resolver a

equação com o método de forma que melhorasse a compreensão, e isso é defendido por Onuchic ao dizer que;

O ponto central de nosso interesse em trabalhar o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática (ONUCHIC, 1999, p.208).

No terceiro momento apresentamos e demonstramos para os alunos a fórmula de Bhaskara, que surgira a partir $ax^2 + bx + c = 0$. As dificuldades surgiram o que era de se esperar, pois agora estávamos trabalhando com a Álgebra ou (letras) como diziam eles.

Os alunos estão acostumados com coisas prontas, métodos repetitivos, e quando viram a demonstração da fórmula de Bhaskara estranharam, tendo dificuldade de aplicar a mesma nas atividades, ficaram confusos se eram para fazer todo o processo da demonstração, ou, se era só pra usar o resultado da demonstração, ou seja, a fórmula de Bhaskara pronta, e por fim, passamos algumas atividades para que pudessem exercitar a aplicação da mesma.

No quarto e último momento deixamos os alunos terminarem algumas atividades que não deram tempo na intervenção passada, e depois como já tínhamos explorado a fórmula de Bhaskara falamos do discriminante mais conhecido como delta e finalizamos esta primeira etapa das intervenções.

Para a intervenção realizada no Ensino Fundamental I, em uma turma do 5º ano, desenvolvemos por meio da metodologia mencionada e com o auxílio de dois livros, dos quais retiramos os problemas desenvolvidos. O primeiro foi um livro didático de Toledo e Toledo (1997) intitulado “Didática da Matemática: como dois e dois: a construção da matemática”; e, o segundo livro do título “A matemática das sete peças do Tangram” desenvolvido por Diniz et al (1995) no Instituto de Matemática e Estatística da USP.

Primeiro, trabalhamos com polígonos regulares, os estudantes tinham que manusear as figuras (triângulos, retângulo, trapézio e paralelogramo) recortadas em cartolina, e tentar formar outras, também regulares, de acordo com o que a questão pedia. Durante a execução desta tarefa, realizada em grupo, os estudantes apresentaram dúvidas em identificar algumas figuras então, como relatado por Onuchic e Allevato (2009), no roteiro de implementação de aula, acompanhamos suas explorações e os ajudamos, quando necessário, a resolverem problemas secundários (que Onuchic e Allevato (2014) os caracterizam como sendo; dúvidas referentes à notação, à passagem da

linguagem vernácula para a linguagem matemática, a conceitos relacionados e a técnicas operatórias), que surgiram no decurso da resolução e que podiam dificultá-los na continuação do trabalho. Uma das questões trabalhadas, segue no quadrado abaixo.

Com as mesmas figuras, usando recortes e colagens transforme:

- Um paralelogramo em um retângulo;
- Dois retângulos iguais em um losango;
- Um trapézio em um retângulo.

Esta atividade foi importante porque ao resolverem o item a) ficaram questionando se a figura formada era realmente um retângulo pois se assemelhava a um quadrado. Neste momento duas das nove etapas, sugeridas por Onuchic e Alevatto (2009), foram postas em prática a saber; plenária e busca do consenso que aconteceram de forma concomitante. Assim, primeiro tentamos chegar a um consenso de qual era o resultado correto, se a figura era um quadrado ou um retângulo então, com a mediação da professora orientadora, lembrando, apenas, o conceito de quadrilátero e quadrado (conceito dito pelos próprios estudantes), eles perceberam que era de fato um retângulo e não um quadrado como haviam dito.

Já em uma outra questão, solicitava que os estudantes formassem algumas figuras utilizando as peças de um único Tangram, o que foi um momento muito rico e produtivo principalmente porque estimulou a criatividade dos envolvidos e os motivou na busca pelos resultados o que nos proporcionou grande satisfação porque

[...]criatividade pode ser desenvolvida nos estudantes se os professores lhes proporcionarem um ambiente de aprendizagem adequado, resolvendo determinadas tarefas matemáticas de modo a influenciar algumas das componentes da criatividade matemática. (VALE, 2015, p.9).

O interessante é que os estudantes resolveram esta atividade utilizando uma estratégia de resolução de problemas que está diretamente ligada a criatividade que para Vale et al (2015) consiste em uma atividade que pode associar-se ao leque mais tradicional de estratégias (fazer um desenho, reduzir a um problema mais simples, descobrir um padrão). Ainda no texto de Vale et al (2015) ao citar Zimmermann e Cunningham (1991) diz que a visualização é o processo de formar imagens (mentalmente, com papel e lápis ou com apoio da tecnologia) e usar tais imagens eficazmente na descoberta e compreensão matemática.

Dentre as figuras a serem montadas 'o pato' foi a mais complexa os estudantes tentaram

construí-la de muitas formas, no entanto, apenas um conseguiu monta-la, ou seja, este conseguiu visualizar a maneira como as peças, que compõem o Tangram, estão dispostas de tal maneira a forma ‘o pato’.

Estas atividades causaram tanto envolvimento por partes dos estudantes que, em reunião, decidimos que no próximo encontro daríamos continuidade as atividades a serem resolvidas em dupla e utilizando as peças de um ou mais Tangram. Relembrando que nosso objetivo era que os estudantes por meio destas atividades, a serem resolvidas utilizando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e o Tangram conseguissem, por mediação da orientadora e das bolsistas, chegarem ao conceito de área.

Em uma das atividades propostas apresentava aos estudantes uma unidade de medida, no caso, o triângulo menor e pediam que eles encontrassem a área de uma casa formada por todas as figuras do Tangram, a resposta foi imediata e unânime, a área da casa era 16 triângulos pequenos. Mas, na hora de responderem à questão em que a unidade de medida foi trocada do triângulo pequeno para o quadrado, ficaram inseguros se estavam preenchendo as peças do Tangram da maneira correta, e depois da afirmativa de uma das mediadoras prosseguiram sem hesitação.

Nesta atividade já iniciamos a formalização do conteúdo, fizemos perguntas relacionadas à atividade e complementando as respostas que recebíamos deles. Por exemplo: Qual a unidade de medida que utilizamos? Como vocês fizeram para encontrar a área usando esta unidade? Percebemos que realmente haviam compreendido a construção que eles mesmos fizeram. Então decidimos finalizar a intervenção com uma atividade que propunha encontrar a área de uma figura cuja unidade de medida era o triângulo maior.

Então, mais uma vez tivemos que mediar esta construção traçando um diálogo com os estudantes. Quantos triângulos pequenos são necessários para preencher um triângulo grande? A resposta em coro foi; quatro triângulos. E qual a fração que corresponde a um de quatro triângulos pequenos? Pensaram um pouco, alguns disseram que não lembravam, mas, outros responderam que seria um quarto. E qual a fração correspondente a dois destes quatro triângulos? São dois quartos! E a partir daí já conseguiram responder que a área da figura seria dois triângulos grandes mais três quartos.

Cabe aqui, também, mencionar que durante as resoluções os estudantes utilizaram a criatividade matemática e duas de suas dimensões, a fluência e a flexibilidade.

A fluência é a capacidade de produzir um grande número de resoluções para a mesma tarefa. Esta capacidade adquire-se ao conseguir o maior número possível de ideias diferentes. [...] A flexibilidade é a capacidade para pensar de modos diferentes, para produzir uma variedade de ideias diferentes sobre o mesmo problema, sendo deste modo um fator importante na resolução de problemas. (VALE, 2015, p. 10)

Percebe-se que não foi um trabalho com uma receita pronta, mas sim, um trabalho no qual diversos fatores contribuíram para que o objetivo, de introduzir o conceito de área, pudesse ser satisfatório. E isso só foi possível, acima de tudo, porque os estudantes se interessaram e estavam envolvidos com as atividades que lhes foram propostas, havendo uma verdadeira interação entre as ministrantes e eles o que possibilitou e resultou neste trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste primeiro contato com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, percebemos o quão bem estruturada ela é e que pode ser um caminho muito rico para ser seguido pelos professores porque;

Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. A medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente (ONUCHIC, 1999, p. 208).

Assim, utilizar esta metodologia é uma maneira de mostrar aos alunos que eles são protagonistas do seu próprio conhecimento e que os professores irão orienta-los da melhor forma possível para que tomem gosto desse meio de se aprender e fazer matemática. Mas, para que isso ocorra é necessário que o professor esteja bem preparado para utilizar esta metodologia o ideal é que tivesse desde a sua formação inicial o conhecimento de usar esta e outras metodologias, vez que;

A formação inicial é considerada muito importante para a incorporação de uma cultura profissional, ou seja, para a aquisição de características essenciais do professor de Matemática, por ser um período em que as virtudes, os vícios e as rotinas, se assumem como processos usuais da profissão. (PEREZ, 2004, p. 268).

Dessa forma, percebemos que este contato com a pesquisa já na graduação é de grande valia, pois nos abre um leque de conhecimentos e experiências que certamente e infelizmente não teríamos em nossas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, por isso, segundo Lüdke (2005); é indispensável formar o professor pesquisador e não basta aos graduandos cursar

disciplinas relacionadas a essa prática e produzir monografias; é necessário que participem, ativamente, de pesquisa durante o curso.

Com relação às intervenções acreditamos que obtivemos êxito, atingimos o nosso objetivo, houve interesse, envolvimento dos alunos, aprendizagem dos mesmos, e conseguimos através de um problema gerador construir juntos com os alunos o conceito de área e equação do 2º grau.

Ao decorrer da execução do projeto alguns objetivos propostos foram alcançados o primeiro que consistia em ‘desenvolver o projeto em escolas do ensino fundamenta I’, graças a participação da escola e acolhimento da professora da turma e de seus alunos, foi cumprido, como mencionado nos métodos deste trabalho, planejamos a aula para que os estudantes do 5º ano conseguissem compreender o conceito de área e assim foi feito.

O próximo objetivo era; ‘incentivar os professores a desenvolver sua prática pedagógica e aprimorar seus conhecimentos matemáticos e didáticos através da resolução de problemas’, infelizmente este objetivo não foi realizado durante o tempo em que estávamos na escola, quer participando das aulas de matemática do 5º e 9º ano, quer presentes nas reuniões das Atividades Complementares (AC). Acreditamos que o professor da turma cumprindo as obrigações diárias, que a escola exige, não tenha se empolgado (acreditado) tanto para a proposta do projeto. Mas esse desinteresse pode ser justificado por Lüdke (2005) ao dizer que

[...] incomum é o fenômeno da pesquisa em colaboração, no qual professores da universidade se unem aos de outras escolas em torno de um mesmo projeto, em geral proposto pelos primeiros. (LÜDKE, 2005, p. 339).

Por ser algo incomum parece difícil de ser posto em prática, mas, após a intervenção o professor da turma se mostrou satisfeito com a participação de seus alunos interessando-se em trabalhar com a metodologia novamente. Desta forma notamos que outros dois objetivos foram alcançados pois ‘favorecemos a construção de uma aprendizagem mais significativa no âmbito da matemática’ por meio da intervenção realizada e, também, ‘promovemos uma parceria da universidade com a escola do ensino fundamental I de modo a beneficiar o professor no desenvolvimento de reflexões e de novas práxis na área da educação matemática’.

Já os resultados obtidos através das observações foram os seguintes; compreensão, de maneira prática, do verdadeiro papel do professor e de como os textos sobre a prática deste profissional são fundamentados na realidade escolar em que eles vivenciam diariamente. E a metodologia ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas

busca contribuir para a melhora deste trabalho diário e que estes profissionais juntamente com seus alunos consigam ‘construir/reconstruir conceitos matemáticos através da resolução de problemas’ e no decorrer da intervenção conseguimos construir/reconstruir alguns conceitos matemáticos.

Durante todo o contato com os professores do Ensino Fundamental I e II, tentamos ‘contribuir com a formação continuada de professores de matemática’ não realizamos tal objetivo como gostaríamos, mas acreditamos que, dentro do que foi realizado, contribuimos de alguma forma para refletissem sobre como estavam ensinando matemática e como poderiam ensinar matemática através da Resolução de Problemas.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R.. Trabalhando volumes de cilindros através da resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande do Sul, n. 10, p.95-103, ano – 10, 2009.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. et al. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BAUER, Martin W., GASKELL, George. **Pesquisa Qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. 6. Ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007. 515 p.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática: notas introdutórias. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. p. 23-29.

DINIZ, Maria Ignez S. Vieira et al. **A matemática das sete peças do Tangram**. São Paulo: IMS-USP, 1995.

LÜDKE, Menga. O professor e sua formação para a pesquisa. **Revista Científica**, São Paulo, v.7, n. 2, p. 333-349, jul./dez. 2005.

NUNES, C. B. **O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático matemáticas na formação inicial de professores de**

matemática. Tese de doutoramento (não publicada), Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, São Paulo, Brasil, 2010.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, jan./jun. 2013.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999, p. 199-218.

PEREZ, G. Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In: BICUDO, M. A e BORBA, M. (orgs) **Educação Matemática – pesquisa em movimento**, São Paulo, Editora Cortez, 2004, p. 250-263.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática: como dois e dois: a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997. p. 271-275/316-318.

VALE, Isabel. A criatividade na (re)soluções visuais de problemas. **Revista Educação e Matemática** – Associação de Professores de Matemática, n. 135, p. 9-15, nov./dez. 2015.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa; BARBOSA, Ana. Ensinar matemática com resolução de problemas. **Revista Quadrante**, v. XXIV, n. 2, p. 39-60, 2015.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução: Paulo H. Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

IBIAPINA, Ivana Maria Lopes de Melo. **Pesquisa colaborativa: Investigação, formação e produção de conhecimentos**. Brasília, Líber Livro Editora, 2008. 136 p.

PUTI, Tatiane da Cunha. **A produção de significados durante o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de equações polinomiais**. Dissertação de mestrado (não publicado), Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, São Paulo, Brasil, 2011.